**Аппроксимация квазиодномерных уравнений Баера-Нунциато методом HLL**

Исходной точкой в работе служит система уравнений (3a) – (3d) из [1]. Запишем ее без релаксационных членов:



Для построения аппроксимации данной системы уравнений, которая бы отвечала, так называемому, (p-v)-критерию [2], необходимо привести систему к виду, где площадь  присутствовала бы и в левой части под знаком дифференциала:



В [3] выводится система уравнений Баера-Нунциато в квазиодномерном случае, и в ней первое уравнение отличается от первого уравнения :



Данная система уравнений вызывает большее доверие, далее работаем с ней. Параметры на межфазной границе будем обозначать верхней волны вместо индекса «*i*». Построим аппроксимацию подсистемы для дисперсной фазы и уравнения компактирования. Запишем аппроксимацию уравнения компактирования:



Аппроксимация уравнения неразрывности:



Учитывая поток HLL [4]:



Аппроксимация уравнения импульсов:



Аппроксимация уравнения энергии:



Используя выражение для внутренней энергии[[1]](#footnote-1):



получаем из :



Для преобразования полученного выражения используем условие однородности:



и аппроксимацию :



После приведения подобных членов получаем:



С учетом :



Получено первое уравнение для нахождения неизвестных аппроксимаций  и . Второе уравнение получается путем подстановки в с учетом условия :



Если бы мы рассматривали случай , то была бы получена аппроксимация  из [4]. Проверим это. В случае постоянного сечения (9) выглядит:



А уравнение перед (8):



Подставляя, получаем:









Умножим на  и вычтем его из :



Литература

1. Jolgam S.A., Ballil A.R., Nowakowski A.F., Nicolleau F. Simulations of compressible multiphase flows through a tube of varying cress-section // Proceedings of ASME 2012 11th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis. July 2 – 2, 2012, Nantes, France. – ESDA2012-82370.
2. Abgrall R. How to prevent pressure oscillations in multicomponent flow calculations: a quasi conservative approach // Journal of Computational Physics. – 1996. – V. 125. – P. 150 – 160.
3. Berry R.A., Saurel R., LeMetayer O. The discrete equation method (DEM) for fully compressible, two-phase flows in ducts of spatially varying cross-section // Nuclear Engineering and Design. – 2010. – V. 240. – P. 3797 – 3818.
4. Saurel R., Abrgall R. A Multiphase Godunov method for compressible multifluid and multiphase flows // Journal of Computational Physics. – 1999. – V. 150. – P. 425 – 467.

1. Проверить, что будет для двучленного УРС, который на самом деле используется для дисперсной фазы. [↑](#footnote-ref-1)